Contrôle de connaissances — ***Chapitre 1- Suites numériques*** — ***TES ****

Nom :

Note : / 20, coefficient 1

Barème : Ex1 /4 ; Ex2 /3 ; Ex3 / 4,5; Ex4 /8,5

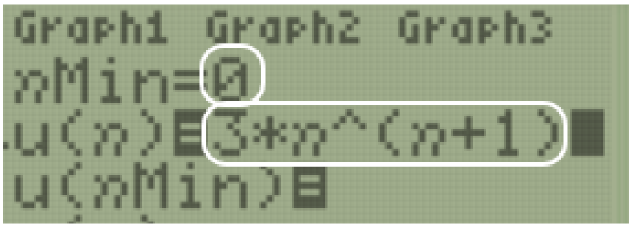
Consignes :

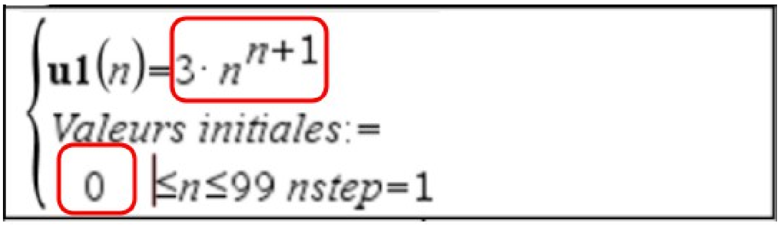
- ✗ *Rédaction sur feuille de copie et sur ce document*
- ✗ *Calculatrice autorisée* *<u>Aucun document</u>*
- ✗ *Préciser sur votre copie :*
  - *Sujet **

<u>EXERCICE 1</u> /3

1) On considère la suite (u_n) définie par : $u_n = 3 \times n^{n+1}$
Détailler le calcul de u_1 et donner sa valeur.
$u_1 = 3 \times 1^{1+1} = 3 \times 1^2 = \underline{3}$

2) Compléter ci-dessous la copie d'écran de votre calculatrice, puis à l'aide de votre calculatrice donner les valeurs des termes u_2 et u_3.
$u_2 = \underline{24}$ et $u_3 = \underline{243}$



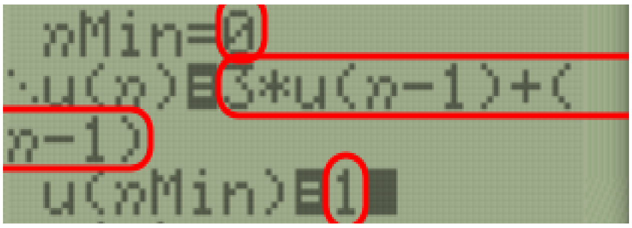


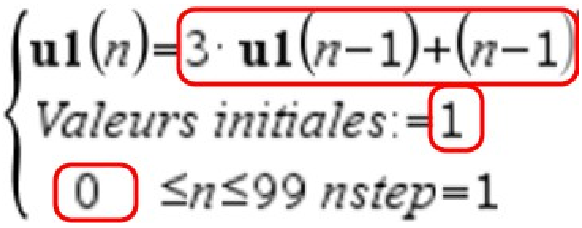
<u>EXERCICE 2</u> /3

On considère la suite (u_n) définie par : $\begin{cases} u_0 & = 1 \\ u_{n+1} & = 3 \times u_n + n \end{cases}$

1) Détailler le calcul de u_1 et donner sa valeur.
$u_1 = 3 \times u_0 + 0 = 3 \times 1 + 0 = \underline{3}$

2) Compléter ci-dessous la copie d'écran de votre calculatrice, puis à l'aide de votre calculatrice donner les valeurs des termes u_4, u_8 et u_{12}.
$u_4 = \underline{99}$, $u_8 = \underline{8197}$ et $u_{12} = \underline{664295}$





<u>EXERCICE 3</u> /5,5

Calculer <u>en le justifiant</u> la valeur des expressions ci-dessous (préciser l'expression du calcul effectué puis donner une valeur approchée et pour le premier calcul la formule utilisée) :

a) S_a = la somme des huit premiers termes d'une suite géométrique de 1^er^ terme $u_0 = 2$ et de raison $q = 3$.

$$\begin{aligned} S_a &= \frac{1 - q^{\text{nbre de termes}}}{1-q} \times \text{1er terme} \\ &= \frac{1-3^8}{1-3} \times 2 \\ &= \underline{6560} \end{aligned}$$

b) $3 + 3 \times 4 + 3 \times 4^2 + 3 \times 4^3 + \ldots + 3 \times 4^{10}$

C'est la <u>somme</u> des 11 premiers <u>termes</u> d'une <u>suite</u> <u>géométrique</u> avec $u_0 = 3$ et $q = 4$, donc

$$\begin{aligned} 3 + 3 \times 4 + 3 \times 4^2 + 3 \times 4^3 + \ldots + 3 \times 4^{10} &= \frac{1-4^{11}}{1-4} \times 3 \\ &= -1 + 4^{11} \\ &= \underline{4194303} \end{aligned}$$

c) $2+6+18+54+\ldots+13122$

$2+6+18+54+\ldots+13122 = 2+2\times 3^1+2\times 3^2+2\times 3^3+\ldots+2\times 3^8$

C'est la somme des 9 premiers termes d'une suite géométrique avec $u_0 = 2$ et $q = 3$, donc

$$\begin{aligned} 2+6+18+54+\ldots+13122 &= \frac{1-3^9}{1-3}\times 2 \\ &= -1+3^9 \\ &= \underline{19682} \end{aligned}$$

Remarque : on calcule $q = \dfrac{\text{2eme terme}}{\text{1er terme}} = \dfrac{6}{2} = 3$ et on vérifie $q = \dfrac{\text{3eme terme}}{\text{2eme terme}} = \dfrac{18}{6} = 3$

d) $0,6+0,36+0,216+\ldots+0,01008$

$0,6+0,36+0,216+\ldots+0,01008 = 1\times 0,6+1\times 0,6^2+1\times 0,6^3+\ldots+1\times 0,6^9$

C'est la somme de 9 termes d'une suite géométrique avec $u_0 = 1$ et $q = 0,6$, à partir de $u_1 = 0,6$ jusqu'à u_9 donc

$$\begin{aligned} 0,6+0,36+0,216+\ldots+0,01008 &= \frac{1-0,6^9}{1-0,6}\times 0,6 \\ &\approx \underline{1,485} \end{aligned}$$

OU : C'est la somme des 9 premiers termes d'une suite géométrique avec $u_0 = 0,6$ et $q = 0,6$, à partir

de u_0 jusqu'à u_8 donc $\begin{aligned} 0,6+0,36+0,216+\ldots+0,01008 &= \frac{1-0,6^9}{1-0,6}\times 0,6 \\ &\approx \underline{1,485} \end{aligned}$

EXERCICE 4 /8,5

1) On considère la suite (u_n) définie par : $\begin{cases} u_0 &= 1 \\ u_{n+1} &= 3u_n + 4 \end{cases}$

Calculer les 5 premiers termes de la suite (par la méthode de votre choix, aucune justification n'est nécessaire).

$u_1 = \underline{7}$; $u_2 = \underline{25}$; $u_3 = \underline{79}$; $u_4 = \underline{241}$

2) La suite est-elle géométrique ? **Justifier** votre réponse.

On suppose qu'elle est géométrique. $\dfrac{u_1}{u_0} = \dfrac{7}{1} = \underline{7}$ et $\dfrac{u_2}{u_1} = \dfrac{25}{7} \approx \underline{4,1} \neq 7$ donc le rapport entre deux termes consécutifs n'a pas toujours la même valeur(contradiction), la suite ne peut pas être géométrique.

3) On considère alors la suite (v_n) définie pour tout n par $v_n = u_n + 2$

Calculer les 5 premiers termes de la suite (**détailler** le calcul de v_1).

$v_0 = u_0 + 2 = 1 + 2 = \underline{3}$; $v_1 = u_1 + 2 = 7 + 2 = \underline{9}$; $v_2 = u_2 + 2 = 25 + 2 = \underline{27}$;
$v_3 = u_3 + 2 = 79 + 2 = \underline{81}$; $v_4 = u_4 + 2 = 241 + 2 = \underline{243}$

4) De quel type semble la suite (v_n) ? **Justifier** votre réponse

La suite semble géométrique **car** $\dfrac{v_1}{v_0} = \dfrac{v_2}{v_1} = \dfrac{v_3}{v_2} = \dfrac{v_4}{v_3} = \underline{3}$

5) En utilisant les expressions de v_n et de u_{n+1}, **exprimer** v_{n+1}. **Montrer** alors que (v_n) est du type supposé à la question **4)** ci-dessus.

$v_{n+1} = u_{n+1} + 2 = 3u_n + 4 + 2 = \underline{3u_n + 6}$ | $3\times v_n = 3\times(u_n+2) = \underline{3u_n+6}$

donc $v_{n+1} = 3v_n$, la suite (v_n) est géométrique.

6) Donner alors le terme général de (v_n) puis celui de (u_n).

$v_n = v_0 \times q^n = \underline{3\times 3^n}$ et $u_n = v_n - 2 = \underline{3\times 3^n - 2}$

7) Préciser (et justifier) le sens de variation de (v_n).

(v_n) est une suite géométrique de raison $q > 1$ donc elle est croissante.

Note : / 20, coefficient 1

Barème : Ex1 /4 ; Ex2 /3 ; Ex3 / 4,5; Ex4 /8,5

Consignes :

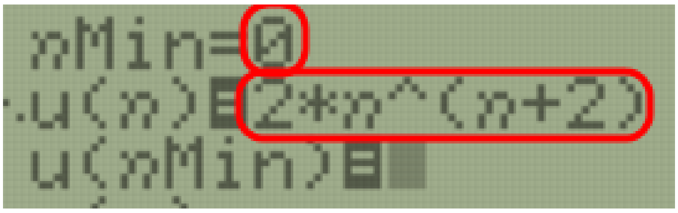
- ✗ *Rédaction sur feuille de copie et sur ce document*
- ✗ *Calculatrice autorisée* *<u>Aucun document</u>*
- ✗ *Préciser sur votre copie :*
  - *Sujet ***

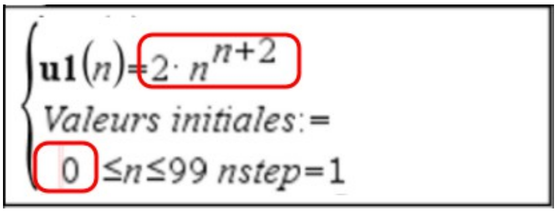
EXERCICE 1 /3

On considère la suite (u_n) définie par : $u_n = 2 \times n^{n+2}$

1) Détailler le calcul de u_1 et donner sa valeur.
$u_1 = 2 \times 1^{1+2} = 2 \times 1^3 = \underline{2}$

2) Compléter ci-dessous la copie d'écran de votre calculatrice, puis à l'aide de votre calculatrice donner les valeurs des termes u_2 et u_3.
$u_2 = \underline{32}$ et $u_3 = \underline{486}$



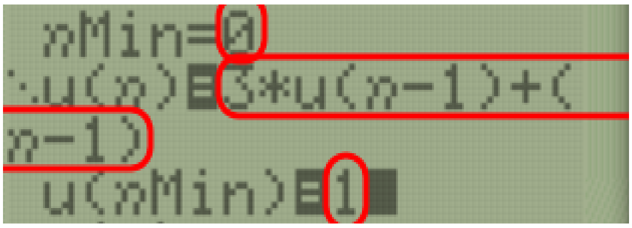


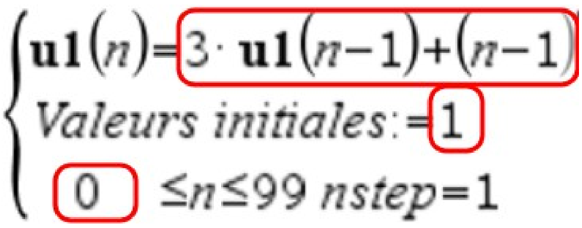
EXERCICE 2 /3

On considère la suite (u_n) définie par : $\begin{cases} u_0 & = 1 \\ u_{n+1} & = 3 \times u_n + n \end{cases}$

1) Détailler le calcul de u_1 et donner sa valeur.
$u_1 = 3 \times u_0 + 0 = 3 \times 1 + 0 = \underline{3}$

2) Compléter ci-dessous la copie d'écran de votre calculatrice, puis à l'aide de votre calculatrice donner les valeurs des termes u_4, u_8 et u_{12}.
$u_4 = \underline{99}$, $u_8 = \underline{8197}$ et $u_{12} = \underline{664295}$





EXERCICE 3

Calculer <u>en le justifiant</u> la valeur des expressions ci-dessous (préciser l'expression du calcul effectué puis donner une valeur approchée et pour le premier calcul la formule utilisée) :

a) S_a = la somme des huit premiers termes d'une suite géométrique de 1[er] terme $u_0 = 2$ et de raison $q = 3$.

$$\begin{aligned} S_a &= \frac{1-q^{\text{nbre de termes}}}{1-q} \times \text{1er terme} \\ &= \frac{1-3^8}{1-3} \times 2 \\ &= \underline{6560} \end{aligned}$$

b) $4 + 4 \times 2 + 4 \times 2^2 + 4 \times 2^3 + \ldots + 4 \times 2^{12}$

C'est la <u>somme</u> des 13 premiers <u>termes</u> d'une <u>suite géométrique</u> avec $u_0 = 4$ et $q = 2$, donc

$$\begin{aligned} 4 + 4 \times 2 + 4 \times 2^2 + 4 \times 2^3 + \ldots + 4 \times 2^{13} &= \frac{1-q^{\text{nbre de termes}}}{1-q} \times \text{1er terme} \\ &= \frac{1-2^{13}}{1-2} \times 4 \\ &= (-1+2^{13}) \times 4 \\ &= \underline{32764} \end{aligned}$$

c) $3+6+12+24+\ldots+768$
$3+6+12+24+\ldots+768 = 3+3\times 2+3\times 2^2+3\times 2^3+\ldots+3\times 2^8$
C'est la somme des 9 premiers termes d'une suite géométrique avec $u_0=3$ et $q=2$, donc

$$\begin{aligned}3+6+12+24+\ldots+768 &= \frac{1-q^{\text{nbre de termes}}}{1-q}\times \text{1er terme}\\ &= \frac{1-2^9}{1-2}\times 3\\ &= \underline{1533}\end{aligned}$$

Remarque : on calcule $q=\dfrac{\text{2eme terme}}{\text{1er terme}}=\dfrac{6}{3}=2$ et on vérifie $q=\dfrac{\text{3eme terme}}{\text{2eme terme}}=\dfrac{12}{6}=2$

d) $0,7+0,49+0,343+\ldots+0,04035$
C'est la somme de 9 termes d'une suite géométrique avec $u_0=1$ et $q=0,7$, à partir de $u_1=0,7$ jusqu'à u_9 donc

$$\begin{aligned}0,7+0,49+0,343+\ldots+0,04035 &= \frac{1-0,7^9}{1-0,7}\times 0,7\\ &\approx \underline{2,24}\end{aligned}$$

OU

$0,7+0,49+0,343+\ldots+0,04035 = 0,7+0,7\times 0,7^1+0,7\times 0,7^2+\ldots+0,7\times 0,7^8$
C'est la somme des 9 premiers termes d'une suite géométrique avec $u_0=0,7$ et $q=0,7$, donc

$$\begin{aligned}0,7+0,49+0,343+\ldots+0,04035 &= \frac{1-q^{\text{nbre de termes}}}{1-q}\times \text{1er terme}\\ &= \frac{1-0,7^9}{1-0,7}\times 0,7\\ &\approx \underline{2,24}\end{aligned}$$

EXERCICE 4

1) On considère la suite (u_n) définie par : $\begin{cases} u_0 &= 1\\ u_{n+1} &= 4u_n+6\end{cases}$

Calculer les 5 premiers termes de la suite (par la méthode de votre choix, aucune justification n'est nécessaire).
$u_1=\underline{10}$; $u_2=\underline{46}$; $u_3=\underline{190}$; $u_4=\underline{766}$

2) **La suite est-elle** géométrique ? **Justifier** votre réponse.
On suppose qu'elle est géométrique. $\dfrac{u_1}{u_0}=\dfrac{10}{1}=\underline{10}$ et $\dfrac{u_2}{u_1}=\dfrac{46}{10}=\underline{4,6}\neq 10$ donc le rapport entre deux termes consécutifs n'a pas toujours la même valeur(contradiction), la suite ne peut pas être géométrique.

3) On considère alors la suite (v_n) définie pour tout n par $v_n=u_n+2$
Calculer les 5 premiers termes de la suite (**détailler** le calcul de v_1).
$v_0=u_0+2=1+2=\underline{3}$; $v_1=u_1+2=10+2=\underline{12}$; $v_2=u_2+2=46+2=\underline{48}$;
$v_3=u_3+2=190+2=\underline{192}$; $v_4=u_4+2=766+2=\underline{768}$

4) **De quel type** semble la suite (v_n) ? **Justifier** votre réponse
La suite semble géométrique : $\dfrac{v_1}{v_0}=\dfrac{v_2}{v_1}=\dfrac{v_3}{v_2}=\dfrac{v_4}{v_3}=\underline{4}$

5) En utilisant les expressions de v_n et de u_{n+1}, **exprimer** v_{n+1}. **Montrer** alors que (v_n) est du type supposé à la question **4)** ci-dessus.
$v_{n+1}=u_{n+1}+2=4u_n+6+2=\underline{4u_n+8}$ | $4\times v_n=4\times(u_n+2)=\underline{4u_n+8}$
donc $v_{n+1}=4v_n$, la suite (v_n) est géométrique.

6) **Donner** alors le terme général de (v_n) puis celui de (u_n).
$v_n=v_0\times q^n=\underline{3\times 4^n}$ et $u_n=v_n-2=\underline{3\times 4^n-2}$

7) **Préciser** (et justifier) le sens de variation de (v_n).
(v_n) est une suite géométrique de raison $q>1$ donc elle est croissante.