Chapitre 6 – Suites, la suite

Mathématiques TES

1. Suite arithmético-géométrique

Définition

($a, b \in \mathbb{R}$)

- **Si** la relation de récurrence qui définie une suite (u_n) est de la forme $u_{n+1} = a \times u_n + b$, **alors** (u_n) est une suite **arithmético-géométrique**

Exemple : achat de 2500€ un produit à crédit, remboursement mensuel en fin de mois de 112 €, taux mensuel de 1,4%.

$$u_{n+1} = 1,014 \times u_n - 112$$

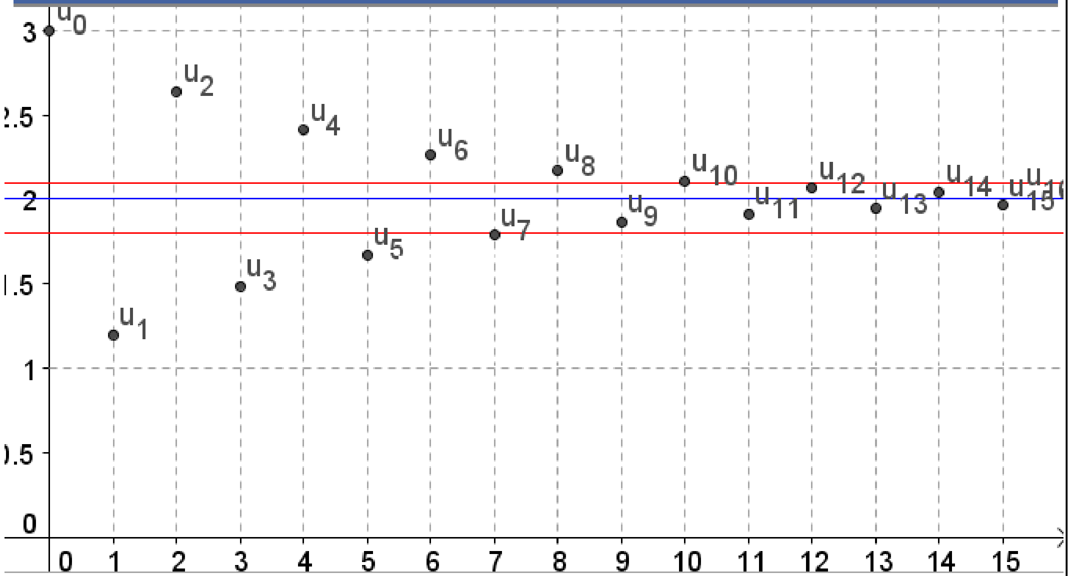
2. Limites de suites :

limite finie

Définition

(u_n) admet une **limite finie** $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n = l$ **si**

- pour tout intervalle I contenant l , il existe un rang n à partir duquel tous les termes de la suite sont contenue dans I.

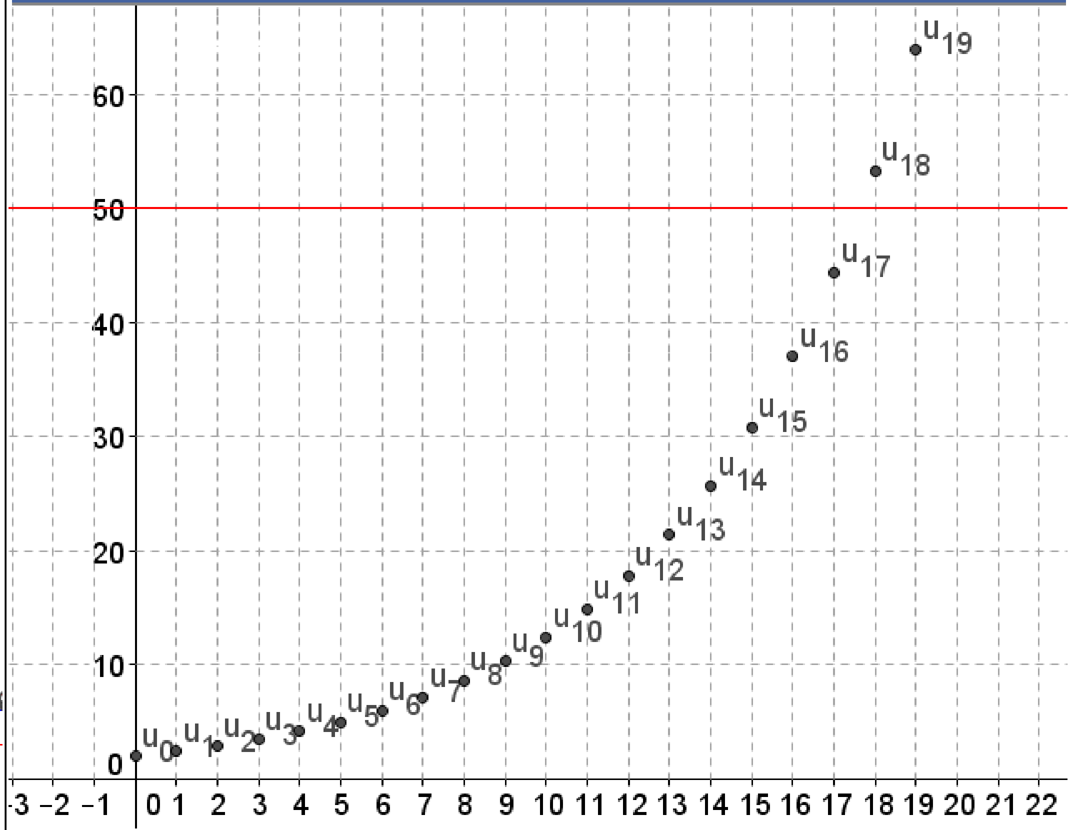


limite infinie

Définition

- (u_n) admet une **limite finie** $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n = +\infty$ **si**

pour tout nombre réel A strictement positif, il existe un rang n à partir duquel tous les termes de la suite sont supérieurs à A.



Propriétés - addition, multiplication de deux suites — Fondamental

(u_n) , (v_n) deux suites :

Avec deux limites finies : $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = l_u$ et $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = l_v$

- $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n+v_n = l_u+l_v$

  « La somme de deux limites finies est une limite finie. »

- $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n\times v_n = l_u\times l_v$

  « Le produits de deux limites finies est une limite finie. »

Avec une limite finie et une limite infinie : $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = l_u$ et $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = +\infty$

- $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n+v_n = +\infty$
- Si $l_u > 0$ alors $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n\times v_n = +\infty$
- Si $l_u < 0$ alors $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n\times v_n = -\infty$

3. Cas des suites géométriques :

Propriété — Fondamental

- Si $q > 1$ alors $\lim\limits_{n\to+\infty} q^n = +\infty$.
- Si $0 < q < 1$ alors $\lim\limits_{n\to+\infty} q^n = 0$.

donc si (u_n) est une **suite géométrique positive** :

- Si $q > 1$ alors $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = +\infty$.
- Si $0 < q < 1$ alors $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = 0$.

somme des termes d'une suite géométrique

On note S_n la somme des n premiers termes de la suite géométrique (u_n) de raison positive et telle que $q \neq 1$ (rappel $S_n = u_0 \times \dfrac{1-q^{n+1}}{1-q}$)

- Si $q > 1$ alors $\lim\limits_{n\to+\infty} S_n = +\infty$.
- Si $0 < q < 1$ alors $\lim\limits_{n\to+\infty} S_n = u_0 \times \dfrac{1}{1-q}$.